EXTRÉMY FUNKCÍ VÍCE PROMĚNNÝCH

ÚLOHY ŘEŠITELNÉ BEZ VĚTY O MULTIPLIKÁTORECH

Nalezněte absolutní extrémy funkce f na množině M.

1. $f(x,y) = x + y;\ M = \{[x,y] \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq 1\}$

2. $f(x,y) = e^x;\ M = \{[x,y] \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + 2y^2 \leq 1\}$

3. $f(x,y) = x^2 + y;\ M = \{[x,y] \in \mathbf{R}^2;\ x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

4. $f(x,y,z) = (x+y)^2 + (x-y)^2 + z;\ M = [-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$

5. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z;\ M = \mathbf{R}^3$

6. $f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)};\ M = \mathbf{R}^2$

7. $f(x,y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b},\ a > 0, b > 0;\ M = \{[x,y] \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq 1\}$

8. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2;\ M = \{[x,y,z] \in \mathbf{R}^3;\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\};\ a > b > c > 0$

9. $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y};\ M = \{[x,y] \in \mathbf{R}^2; x \geq 0, y \geq 0\}$

10. Určete rozměry vodní nádrže ve tvaru kvádru o objemu $32m^3$ tak, aby dno a stěny měly dohromady nejmenší povrch.

VÝSLEDKY

1. Maximum: $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$, minimum: $[-1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}]$. **2.** Maximum: $[1,0]$, minimum: $[-1,0]$. **3.** Maximum: $[0,1],\ [1,0]$, minimum: $[0,0]$. **4.** Maximum: $[1,1,1],\ [1,-1,1],\ [-1,1,1],\ [-1,-1,1]$; minimum: $[0,0,-1]$. **5.** Maxima se nenabývá; minimum: $[-1,-2,3]$. **6.** Maximum se nabývá v každém bodě jednotkové kružnice; minimum: $[0,0]$. **7.** Maximum: $[a/\sqrt{a^2+b^2}, b/\sqrt{a^2+b^2}]$; minimum: $[-a/\sqrt{a^2+b^2}, -b/\sqrt{a^2+b^2}]$. **8.** Maximum: $[a,0,0],\ [-a,0,0]$; minimum: $[0,0,0]$. **9.** Maximum: $[1/2,0]$; minimum: $[0,0]$ **10.** Dno nádrže bude čtverec $4m \times 4m$ a hloubka nádrže bude $2m$.